E4 Ein elektromechanisches Pendel:
- SI-konforme Bestimmung eines B-Felds
- Registrierung der Resonanz einer mechanischen Schwingung

vgl. auch die Präsentation von K. Thomas u. J. Hamacher *)

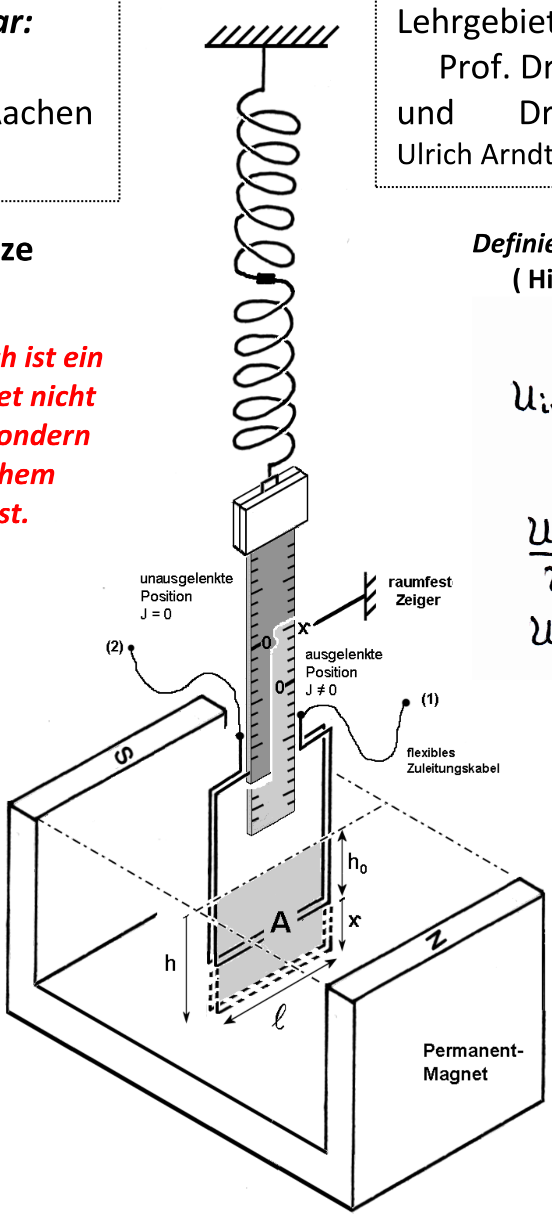
1. Stromwaage und B-Feld-Bestimmung und elektromagnetische Registrierung der Schwingung eines mechanischen Pendels

vorgestellt im Seminar:
SII-Experimente
WS 2014/15 RWTH Aachen
Phys. Inst. IA

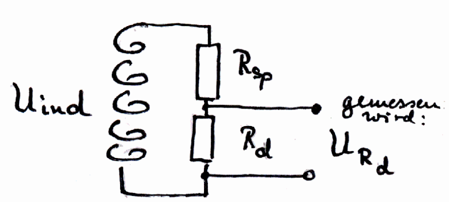
Lehrgebiet Experimentalphysik
Prof. Dr. H. Heinke
und Dr. C. Salinga
Ulrich Arndt

Prinzip-Skizze

****) In der Testphase befindlich ist ein RWTH-Pendel, dessen Magnet nicht speziell angefertigt wurde, sondern aus Schul- bzw. handelsüblichem Material zusammengesetzt ist.***

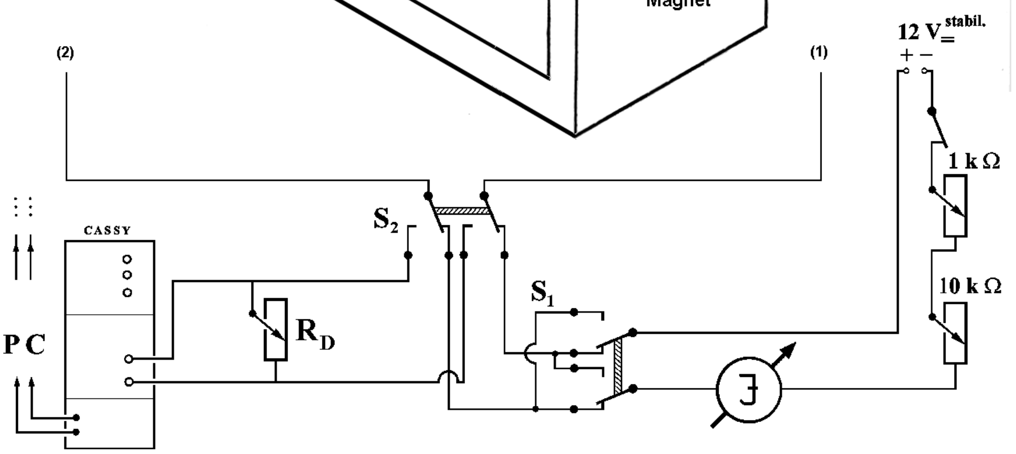


***Definierte Pendel*-Dämpfung**
(Hinweis E. Wielandt)



$$\frac{U_{ind}}{U_{R_d}} = \frac{R_{sp} + R_d}{R_d}$$

$$U_{ind} = \left(1 + \frac{R_{sp}}{R_d}\right) U_{R_d}$$

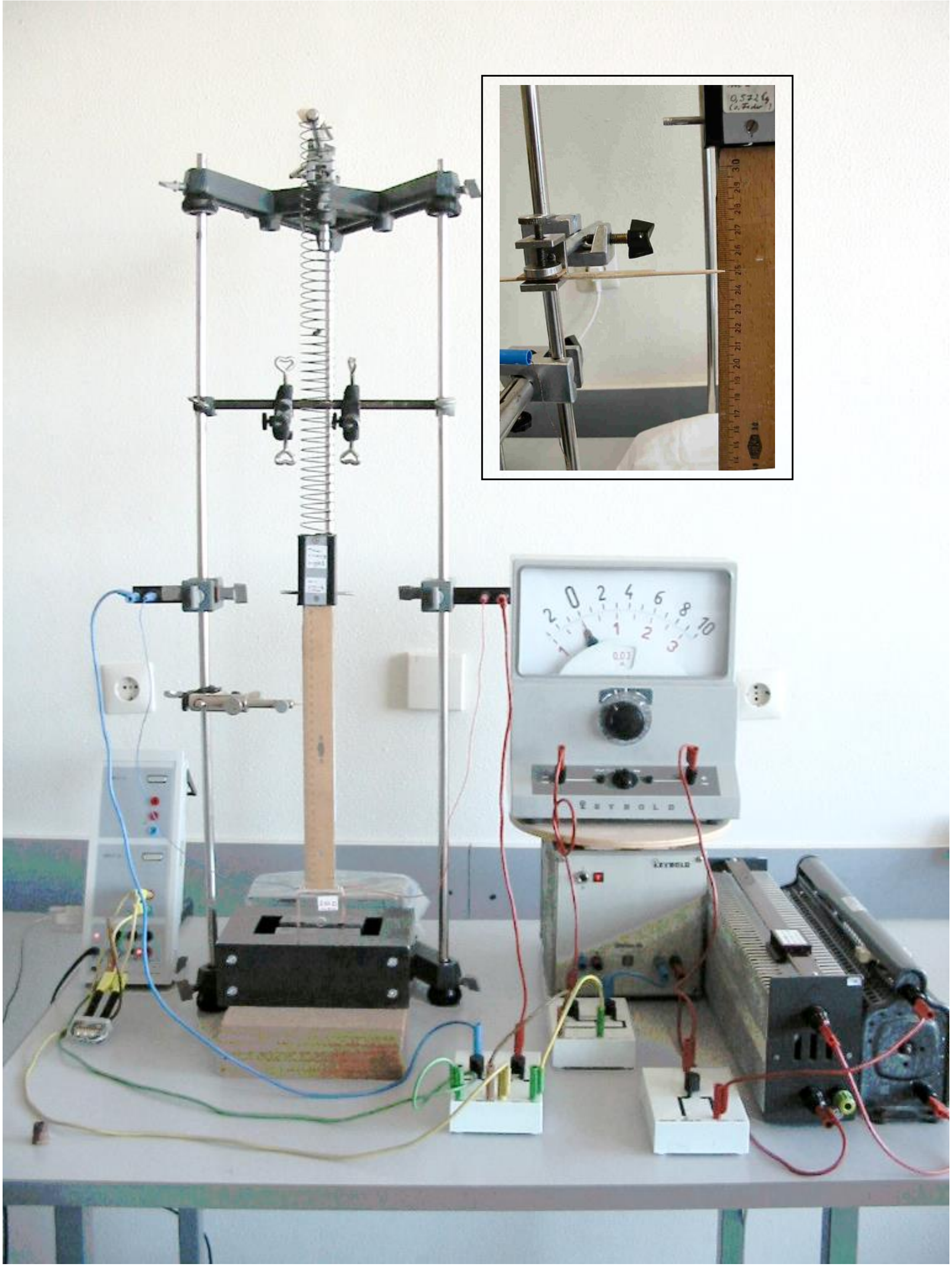


S_2 rechts: ***elektromotor. Betrieb (statisch)***
- Anfangsauslenkung für die Pendel-Schwingung
- Messung der Generator-Konstanten (Stromwaage)

S_2 links: ***elektromagnet. Registrierung der Pendelschwingung***
Generator-Betrieb

S_1 ***Umpolen der Stromrichtung***

Versuchsaufbau 1: Generatorkonstante



Techn. Daten vgl. 6.1

Funktionsweise

Eine dünne rechteckige Spule, die an einem torsionsfreien Schraubenfeder-Pendel hängt, taucht in das Feld eines Permanent-Magneten ein.

- ***Stromwaage / Anfangsauslenkung der nachfolgenden Pendelschwingung*: *elektromotorisch***
  Gleichstrom wird durch die rechteckige Rahmenspule geschickt. Je nach Stromrichtung wird die Feder verlängert oder gestaucht. Mit der Federwaage kann die Lorentz-Kraft direkt gemessen werden.
- Ein Doppel-Wechselschalter unterbricht Stromzufuhr und schaltet um zur Messwerterfassung:
- ***Registrierung der Schwingung des Pendels über Induktion***
  Gemessen wird: $U^{ind}_{(t)} = U_0 \cdot \sin(\omega t)$ visuelle Beobachtung: $x_{(t)} = x_0 \cdot \cos(\omega t)$
  Die Dämpfung wird über einen Dämpfungswiderstand geregelt.

1.1 Dynamische Bestimmung der Federkonstanten einer Schraubenfeder
(Messung: siehe 5.)

vorgegeben: **schwingende Masse m*** = Masse der Last + (1/3) der Federmasse
hier: m* = $0{,}592_4$ kg

aus Schwingung: **Schwingungsdauer T** $\Rightarrow$ $D = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$

hier: T = 1,007 s, also: **D = 23,06 N/m.**

1.2 Lorentz-Kraft steuert Motor und Generator

1.2.1 Lorentz-Kraft: motorische Wirkung

makroskopisch:

$$F_{Lor} = n \cdot \ell \cdot J \cdot B$$

mikroskopisch:

$$\vec{F}_{Lor} = Q\vec{v}_Q \times \vec{B}\,; \quad \text{mit } \vec{v} \perp \vec{B}:$$

$$F_{Lor} = Q \cdot \frac{\Delta s}{\Delta t} \cdot B = \frac{Q}{\Delta t} \cdot \Delta s \cdot B =$$

$$= \frac{n\,Q_\ell}{\Delta t} \cdot \ell \cdot B = n \cdot \frac{Q_\ell}{\Delta t} \cdot \ell \cdot B =$$

$$F_{Lor} = n \cdot \ell \cdot B \cdot J$$

$$\Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{F_{Lor}}{J} = n \cdot \ell \cdot B \qquad \text{"Generator – Konstante S"}}$$

Diese Proportionalitäts-Konstante heißt „Generator-Konstante S“ und wird in einem eigenen Versuch bestimmt. Die Namensgebung wird gleich deutlich.

1.2.2 Lorentz-Kraft: Generator-Wirkung

A = vom Magnetfeld erfasste Fläche der rechteckigen Rahmen-Spule.

$$A = \ell \cdot h = \ell \cdot (h_0 + x) \;\Rightarrow\; \dot{A} = \ell\,\dot{x} = \ell\, v_{Spule}$$

Induktions-Gesetz: $|U_{ind}| = n\dot{\phi} = n\,(\dot{B}A + B\dot{A}) = n\,B\,\dot{A}$, da $B = \text{konst.}$

wegen $\dot{A} = \ell\, v_{Spule}$ gilt :

$$\boxed{U_{imd} = n\ell B \cdot v_{Spule}}$$

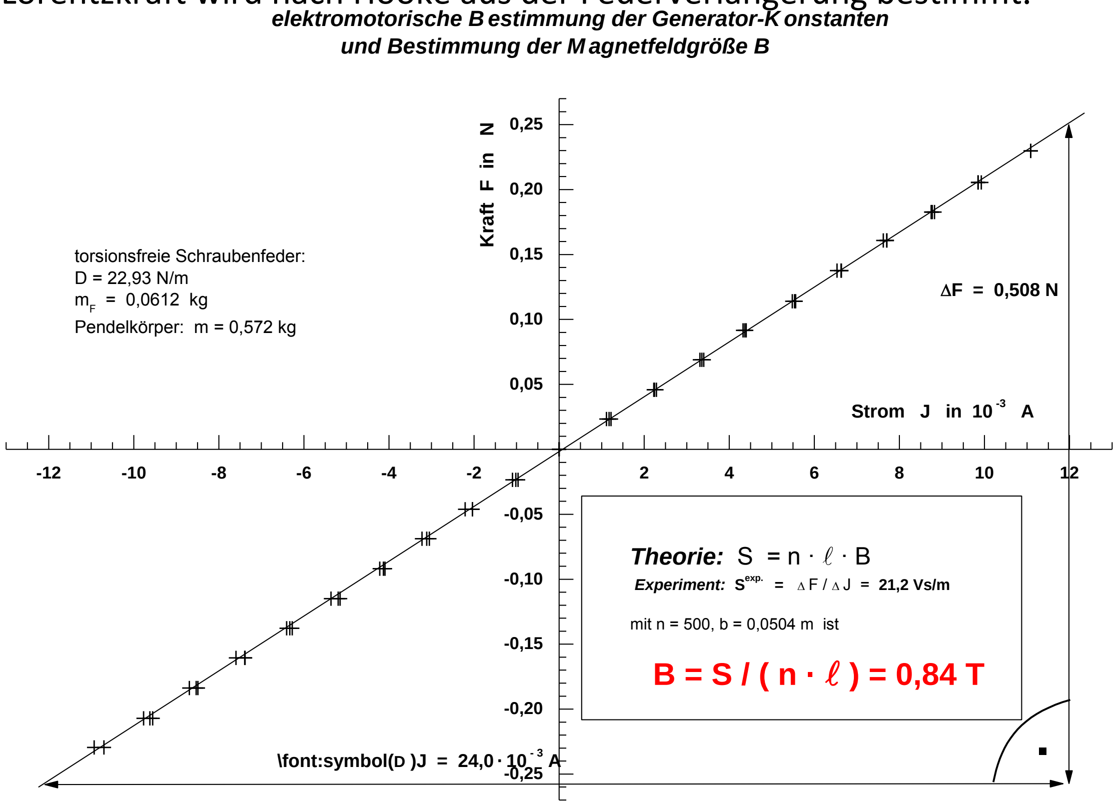
kurz: $\mathbf{U_{imd} = S \cdot v_{Spule}}$

Der Namen der Proportionalitäts-Konstante „S = nℓ B“ als „Generator-Konstante“ ist nun klar.

1.3 Die Generator-Konstante

1.3.1 Messung der Generator-Konstanten: Stromwaage

Die Lorentzkraft wird nach Hooke aus der Federverlängerung bestimmt.



1.3.2 Die drei Bedeutungen der Generator-Konstanten

(1) apparative Bedeutung: effizienter Bau eines Generators

$$\boxed{S = n \cdot \ell B}$$

Die Generator-Konstante wird groß, wenn man

- eine Induktions-Spule mit vielen Wicklungen ***n*** nimmt, die in
- ein starkes Magnetfeld ***B*** eintaucht,
- das eine große räumliche Ausdehnung hat, damit die felderfasste Leiter-länge ℓ groß ist.

(2) elektromotorische Messung der Konstanten:

$$\boxed{S = \frac{F_{Lor}}{J}}$$

Diese Messung ist besonders dann nötig, wenn die Windungszahl n Spule und die felderfasste Länge ℓ nicht bekannt sind, (z.B. Spule zylindrisch gewickelt).

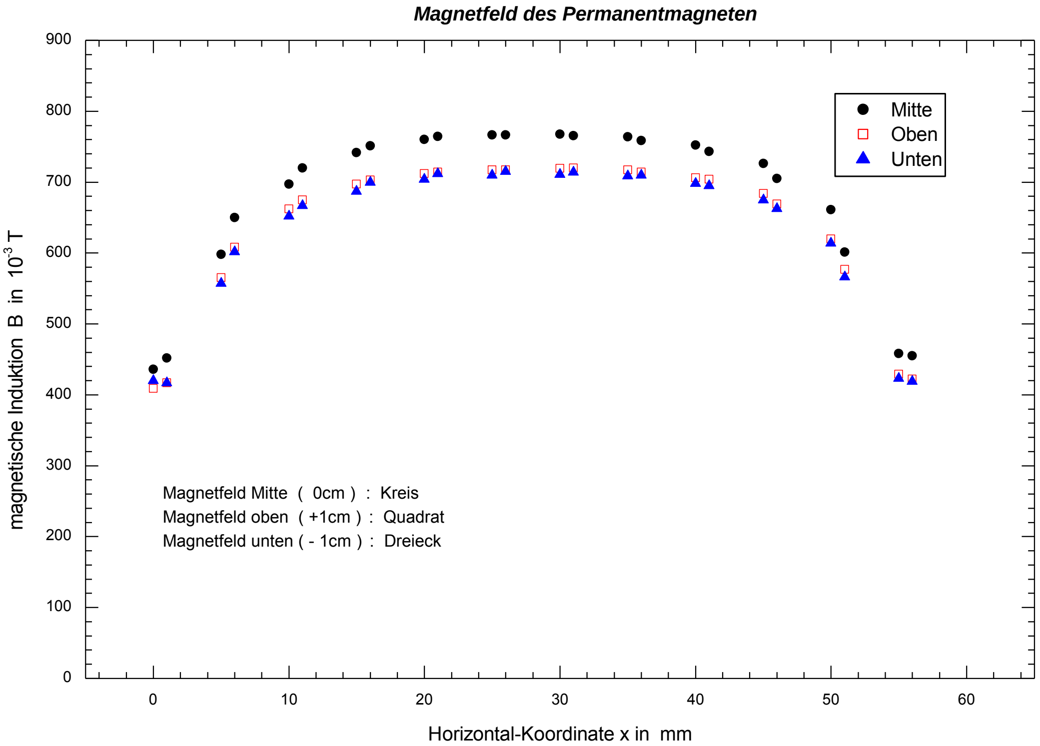
(3) induktive Messung einer Geschwindigkeit:

$$\boxed{S = \frac{U_{ind}}{v_{Spule}}}$$

1.4 Klassische Messung eines Magnetfelds mit der Stromwaage: Kalibrierung eines Teslameters (Hallsonde)

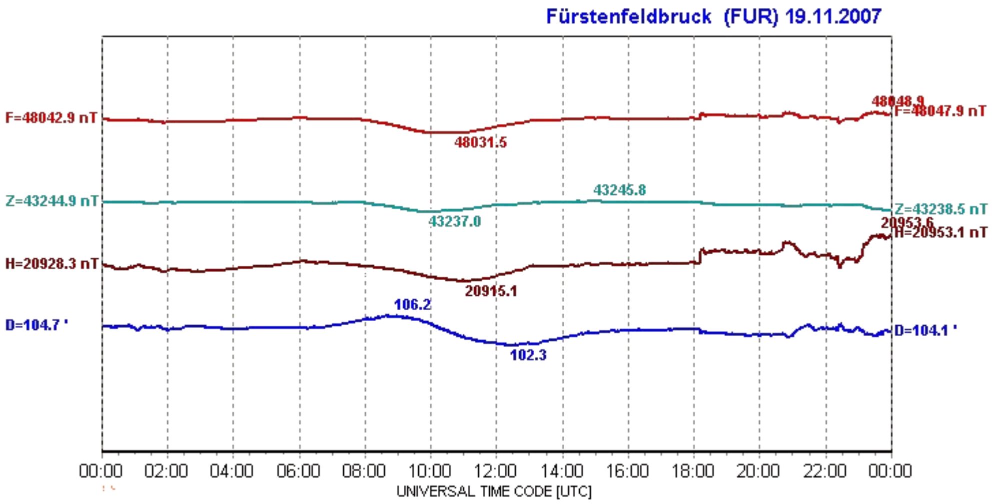
Aus der elektromotorischen Bestimmung der Proportionalitätskonstanten zwischen Lorentzkraft und Strom J, lässt sich bei bekannter Windungszahl n und felderfasster Leiterlänge ℓ der Rahmenspule das Magnetfeld B des Permanent-Magneten errechnen und mit der Anzeige eines Teslameters vergleichen:
das Protokoll der Messung mit der Stromwaage (vgl. 1.3.1) ergab B = 0,84 T.

Vergleichs-Messung mit einem Teslameter:



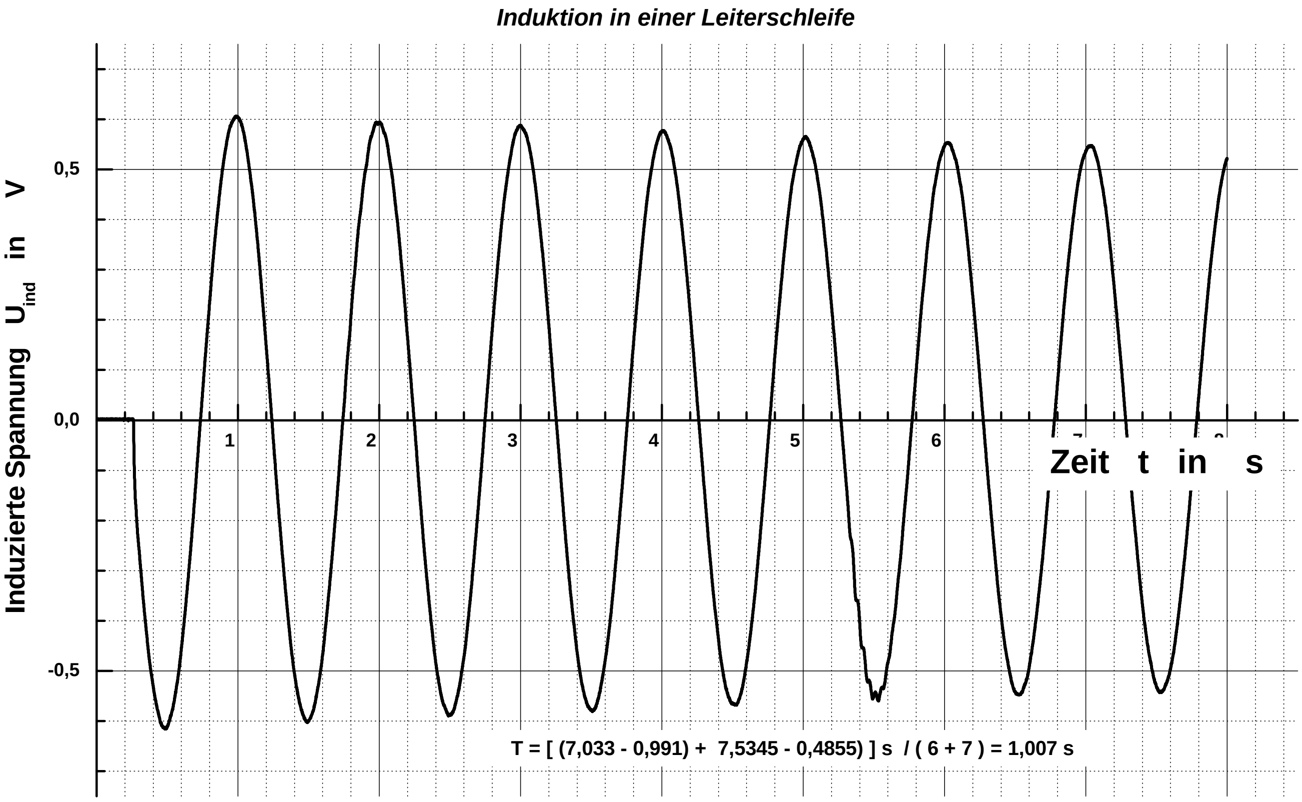
Das Erdmagnetfeld:

http://www.geophysik.uni-muenchen.de/observatory/geomagnetism/taegliche-magnetogramme



1.5 Elektromagnetische Registrierung der Schwingung eines mechanischen Pendels

1.5.1 Zusammenhang zwischen Induktionsspannung U^{ind} und Auslenkung x



Verwendet wurde ein Drahtrahmen mit
n = 500 Wdg. und einer Breite von L = 0,0504 m und R = 253 Ω

Theorie Mechanik: $D = m \cdot [2\pi / T]^2 = 23{,}06$ N/ m
Federmasse $m_F = 0{,}0612$ kg; Pendelkörper: m = 0,572 kg
schwingende Masse $m^* = m + (1/3)m_F = 0{,}5924$ kg

$$\mathbf{x_{(t)} = x_0 \cdot \cos(\omega t)\ ;\quad v_{(t)} = -\,\omega x_0 \cdot \sin(\omega t)\,,\ \text{also: } v_0 = \omega x_0}$$

$$\mathbf{U_{ind} = S\,v}$$

$$\mathbf{U_{ind}(t) = U_0 \cdot \sin(\omega t)\,,\ \text{also: } U_0 = S\,v_0,\ \text{daher:}}$$

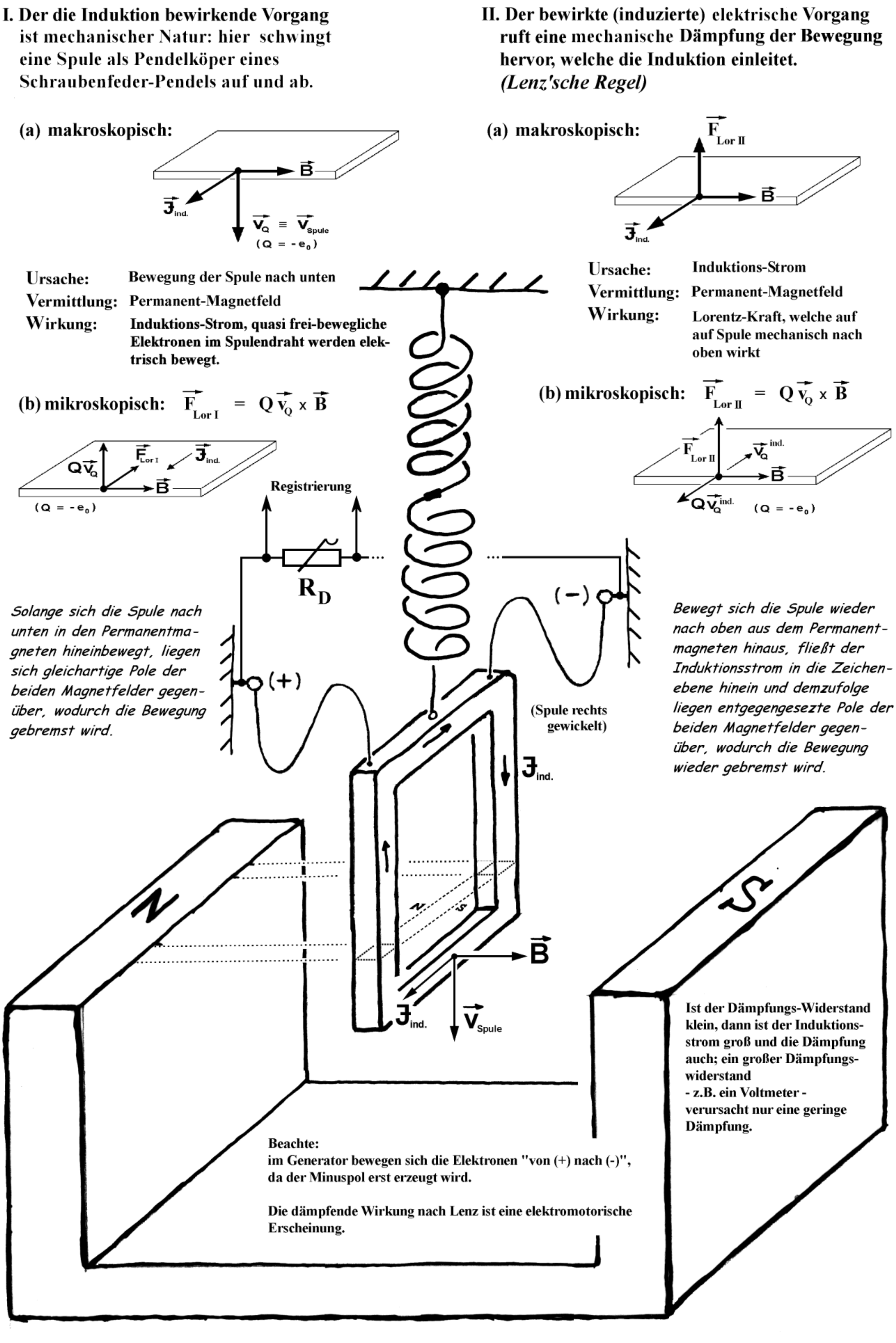
$$\boxed{x_0 = \frac{U_0}{S\,\omega}}$$

Bestimmung der Weg-Koordinate aus der registrierten Induktionsspannung

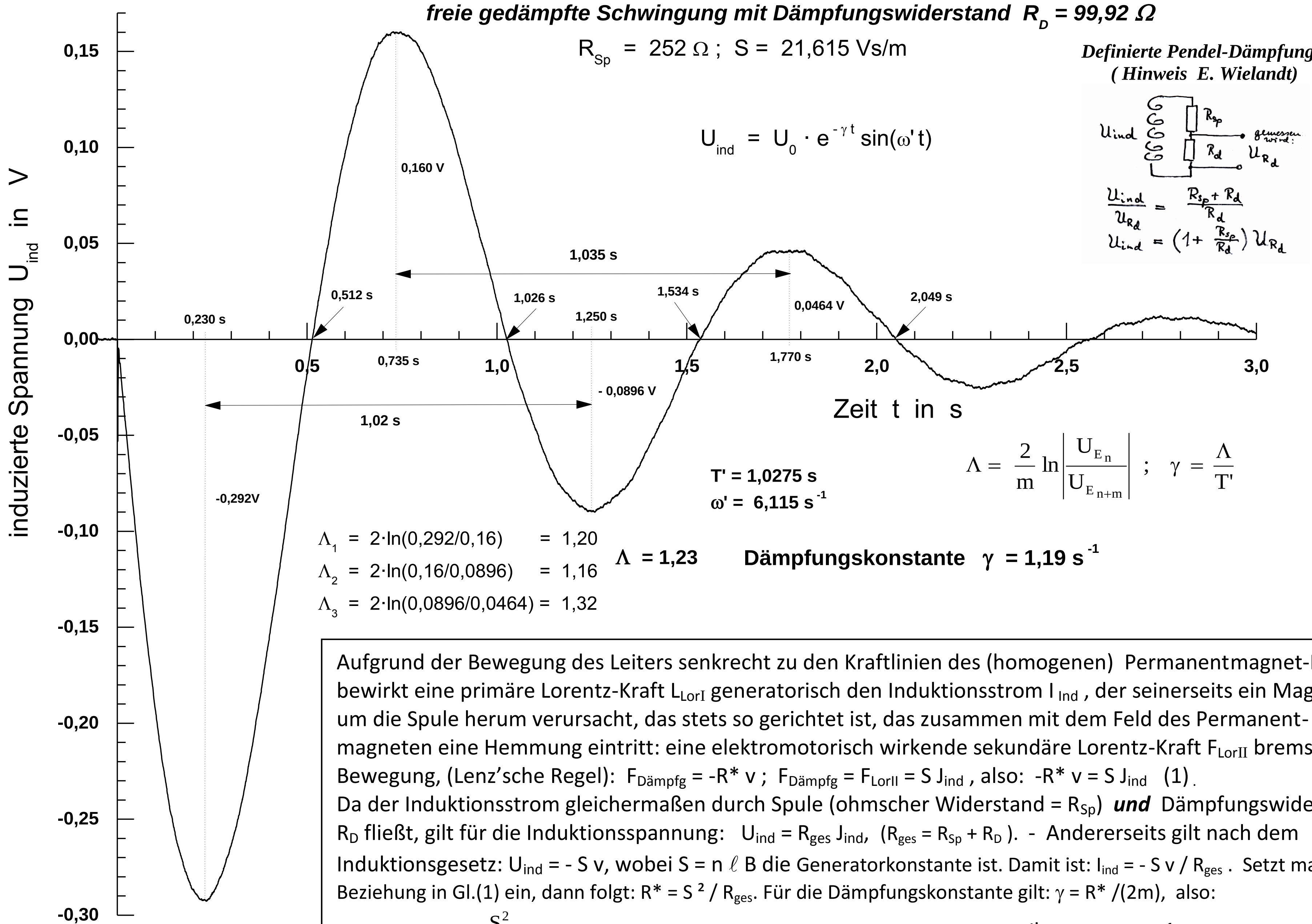
Hier: $v_0 = U_{ind\,0} / S = 0{,}62\text{V} / (21{,}2\ \text{Vs/m}) = 0{,}029_2\ \text{m/s}$
$\omega = 2\pi / T = 2\pi / 1{,}007\text{s} = 6{,}24\ \text{s}^{-1}$

$$\boxed{\mathbf{x_0 =}\ v_0 / \omega = 0{,}0047\ \text{m} = \mathbf{4{,}7\ mm.}}$$

1.5.2 Diskussion der Pendel-Dämpfung



freie gedämpfte Schwingung mit Dämpfungswiderstand R_D = 99,92 Ω



Definierte Pendel-Dämpfung
(Hinweis E. Wielandt)

U_{ind}
R_{Sp}
R_d
gemessen wird:
U_{R_d}
$\frac{U_{ind}}{U_{R_d}} = \frac{R_{Sp} + R_d}{R_d}$
$U_{ind} = \left(1 + \frac{R_{Sp}}{R_d}\right) U_{R_d}$

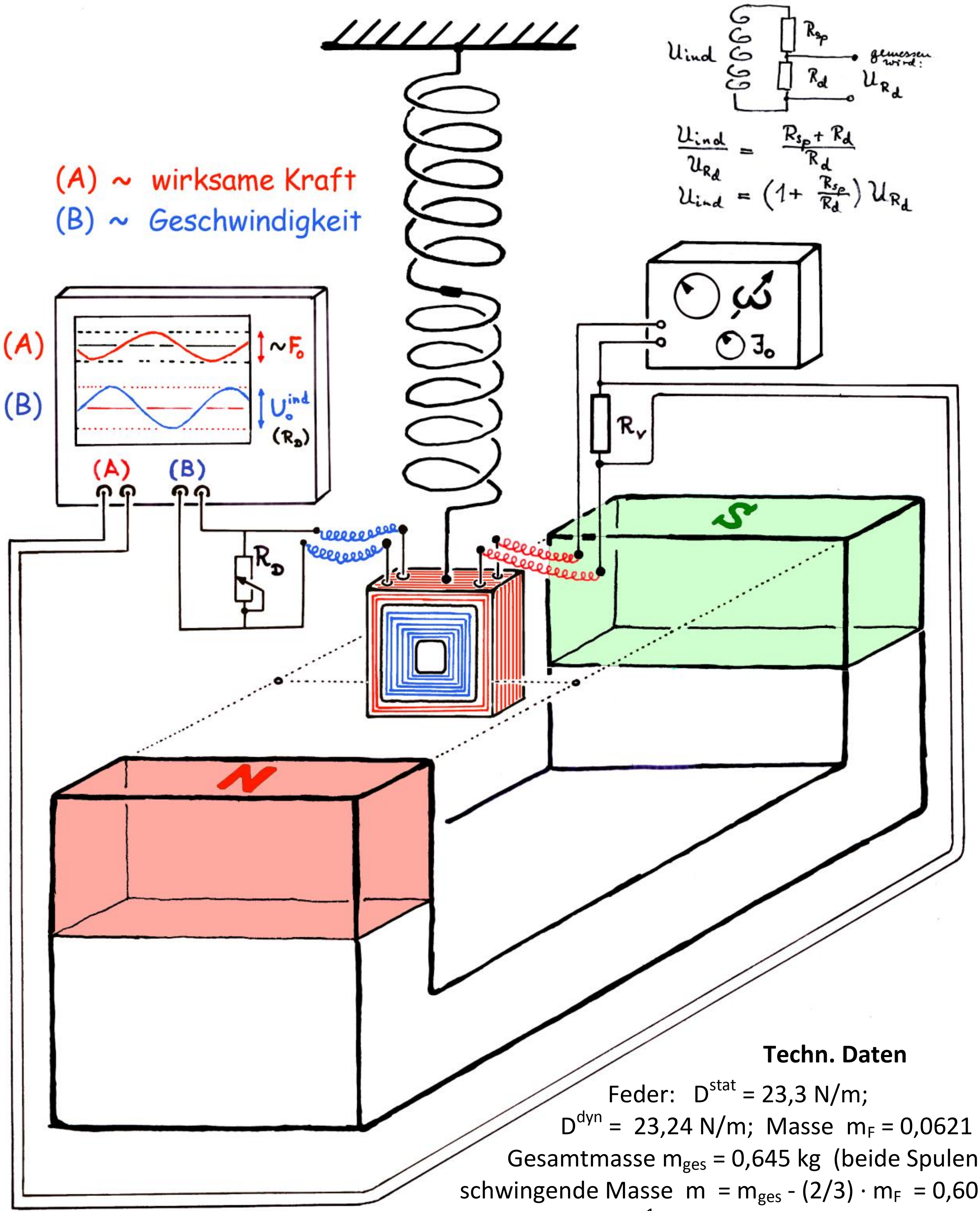
Aufgrund der Bewegung des Leiters senkrecht zu den Kraftlinien des (homogenen) Permanentmagnet-Felds bewirkt eine primäre Lorentz-Kraft L_{LorI} generatorisch den Induktionsstrom I_{Ind}, der seinerseits ein Magnetfeld um die Spule herum verursacht, das stets so gerichtet ist, das zusammen mit dem Feld des Permanent-magneten eine Hemmung eintritt: eine elektromotorisch wirkende sekundäre Lorentz-Kraft F_{LorII} bremst die Bewegung, (Lenz'sche Regel): $F_{Dämpfg} = -R^* v$; $F_{Dämpfg} = F_{LorII} = S\, J_{ind}$, also: $-R^* v = S\, J_{ind}$ (1) .
Da der Induktionsstrom gleichermaßen durch Spule (ohmscher Widerstand = R_{Sp}) ***und*** Dämpfungswiderstand R_D fließt, gilt für die Induktionsspannung: $U_{ind} = R_{ges} J_{ind}$, ($R_{ges} = R_{Sp} + R_D$). - Andererseits gilt nach dem Induktionsgesetz: $U_{ind} = - S v$, wobei $S = n\, \ell\, B$ die Generatorkonstante ist. Damit ist: $I_{ind} = - S v / R_{ges}$. Setzt man diese Beziehung in Gl.(1) ein, dann folgt: $R^* = S^2 / R_{ges}$. Für die Dämpfungskonstante gilt: $\gamma = R^* /(2m)$, also:

$\gamma^{theor.} = \frac{S^2}{2 m R_{ges}}$ Mit der Pendelmasse m = 0,6036kg hat man: $\gamma^{theor.}$ = **1,10 s^{-1}** .

2. induktive Erregung und Registrierung einer erzwungenen Schwingung

2.1 Die erzwungene harmonische Schwingung – Geschwindigkeitsresonanz

2.1.1 Prinzip-Skizze



Techn. Daten

Feder: $D^{stat} = 23{,}3$ N/m;

$D^{dyn} = 23{,}24$ N/m; Masse $m_F = 0{,}0621$ kg

Gesamtmasse $m_{ges} = 0{,}645$ kg (beide Spulen)

schwingende Masse $m = m_{ges} - (2/3) \cdot m_F = 0{,}6036$ kg

$\omega_0 = 6{,}205\ s^{-1}$; $R_V = 472{,}1\ \Omega$; $R_D = 99{,}92\ \Omega$;

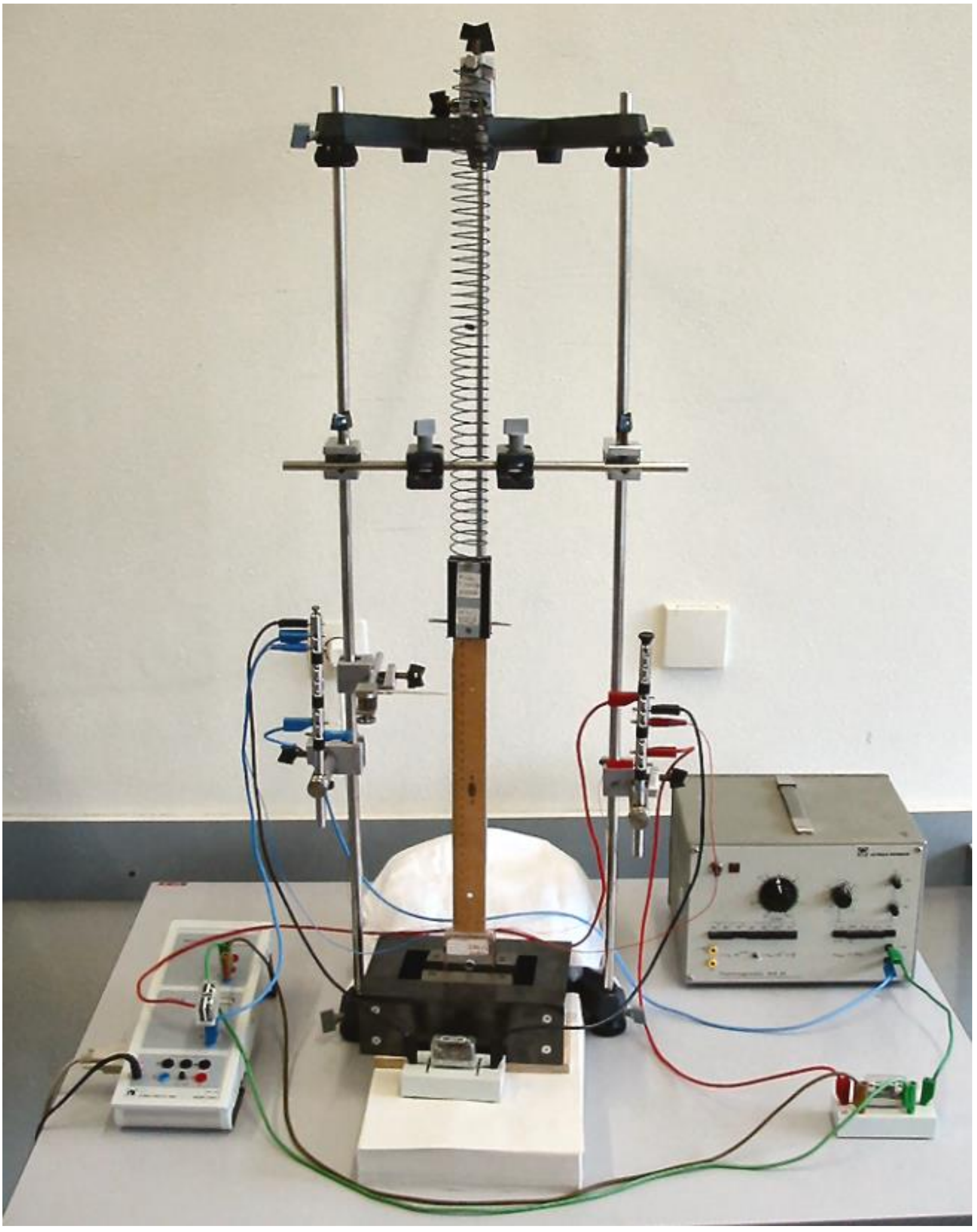
$R_{500} = 252\ \Omega$; $R_{50} = 3{,}1\ \Omega$; $S_{500} = 21{,}61_5$ Vs/m ; $S_{50} = 2{,}20_4$ Vs/m

Unitarität:

$$\frac{A_{0V}}{\cos\delta} = \frac{a_{0V}\,\omega_0}{2\gamma} \; ; \; k = \frac{F_0}{m} \; ; \; F_0 = S_{50} \cdot J \; ; \; a_{0V} = \frac{k}{\omega_0} \; (\text{"Erreger – Amplitude"});$$

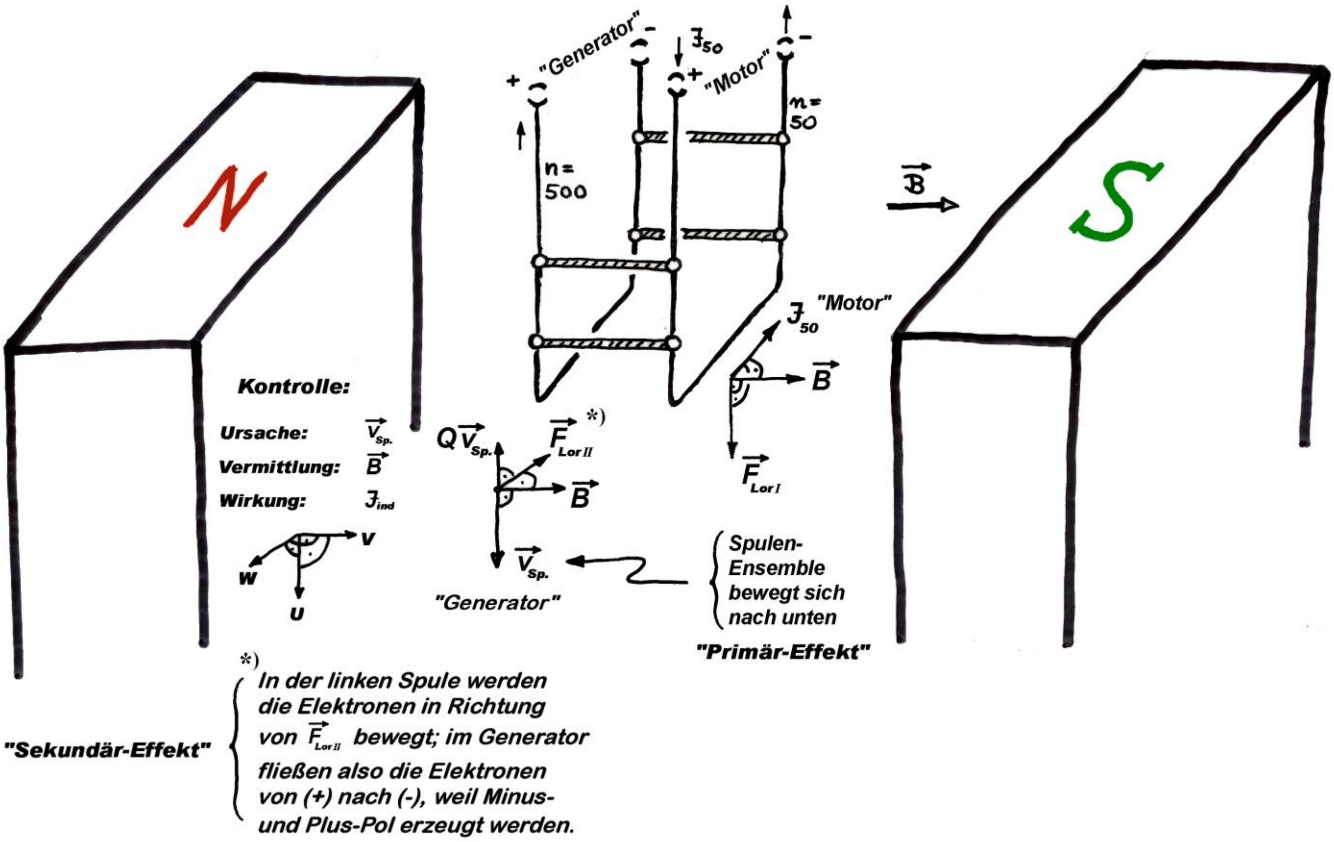
$$A_{0V} = \frac{U_{0ind}}{S_{500}} \; (\text{"Schwinger – Amplitude"})$$

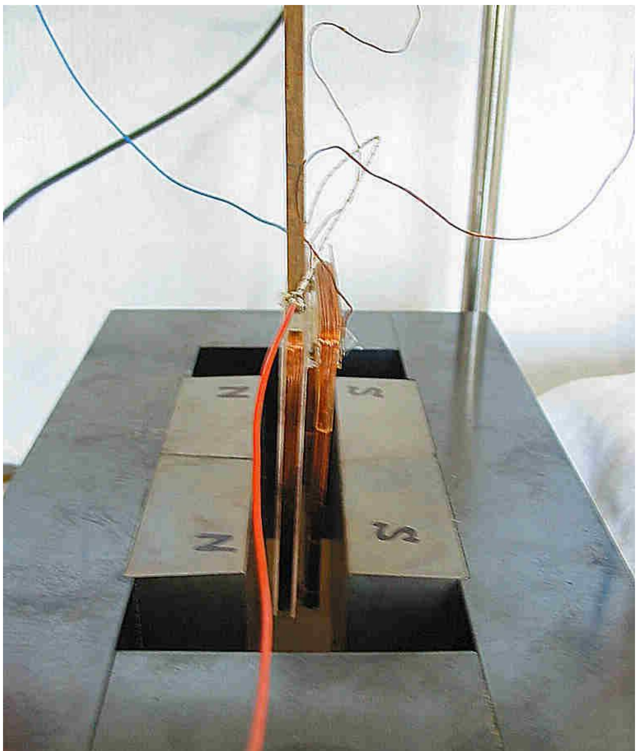
2.1.2 Versuchsanordnung



Parallel zum Eingang des Schwingers (= Induktionsspule mit n=500) ist zur Glättung ein Folienkondensator von 10µF geschaltet.

2.2 Funktionsweise



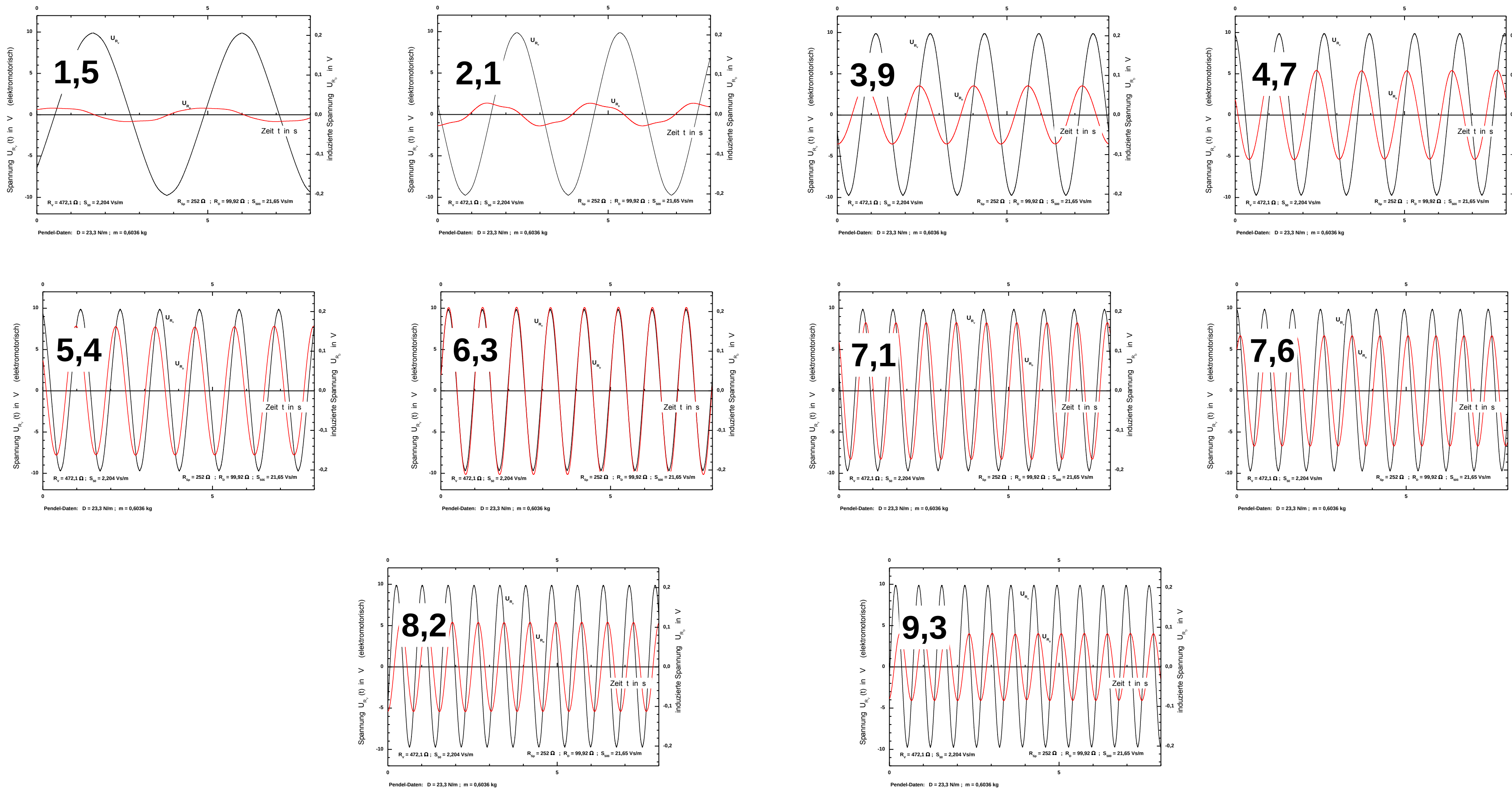


2.3 Geschwindigkeits-Resonanz eines Schraubenfeder-Pendels

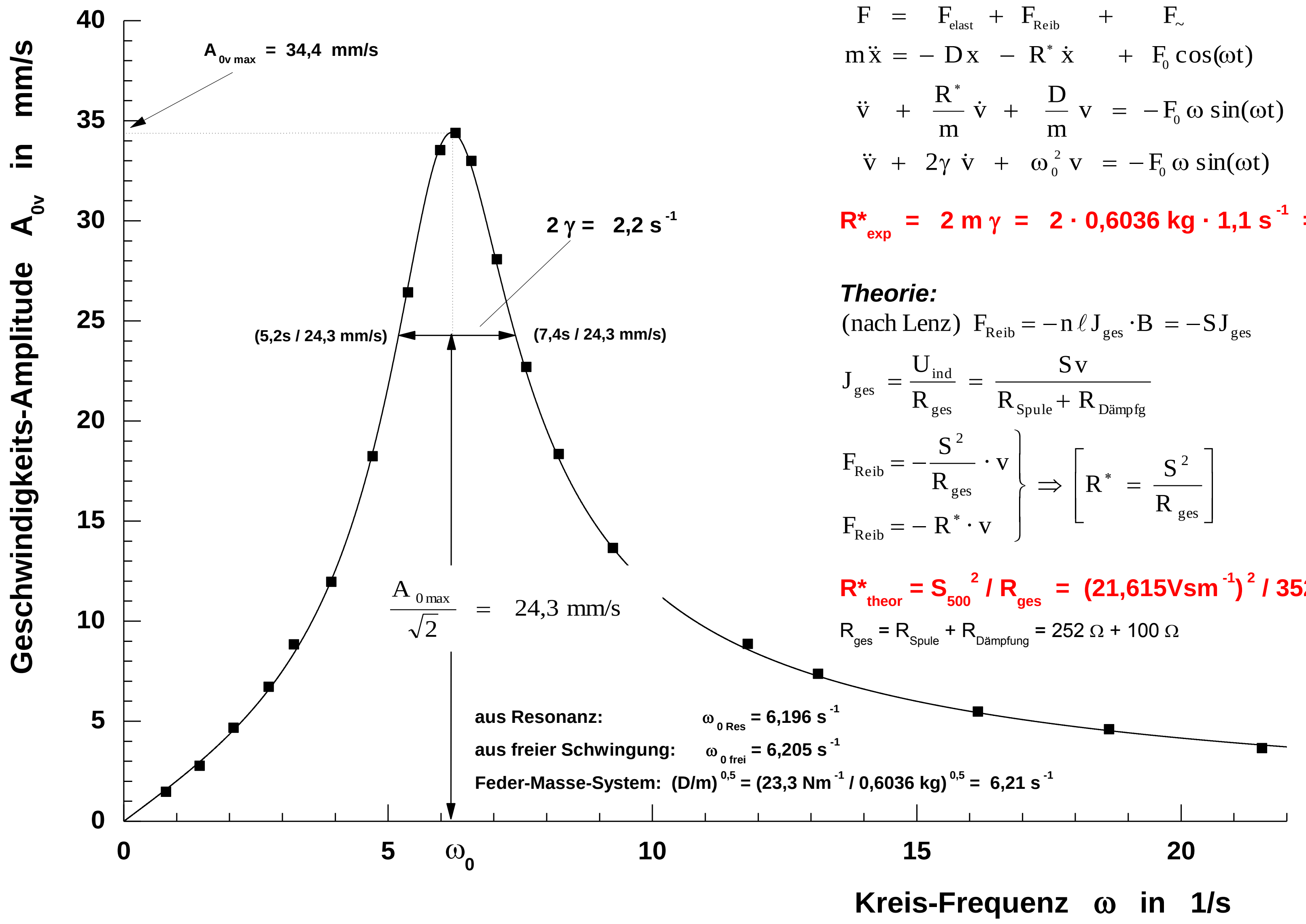
- induktive Erregung und Registrierung: berührungsfrei -

2.3.1 Registrierung der Signale von Erreger-Spule (n=50) und Induktions-Spule (n=500)

Achten auf: - **Sinoidalität des Erreger-Stroms** (Flankensteuerung) und dessen
- **Amplituden-Konstanz**.



2.3.2 Die Resonanzkurve



Experiment:

$$F = F_{elast} + F_{Reib} + F_{\sim}$$

$$m\ddot{x} = -Dx - R^*\dot{x} + F_0\cos(\omega t)$$

$$\ddot{v} + \frac{R^*}{m}\dot{v} + \frac{D}{m}v = -F_0\,\omega\sin(\omega t)$$

$$\ddot{v} + 2\gamma\dot{v} + \omega_0^2 v = -F_0\,\omega\sin(\omega t)$$

R^*_{exp} = 2 m γ = 2 · 0,6036 kg · 1,1 s^{-1} = 1,33 Ns/m

Theorie:

(nach Lenz) $F_{Reib} = -n\,\ell\,J_{ges}\cdot B = -S\,J_{ges}$

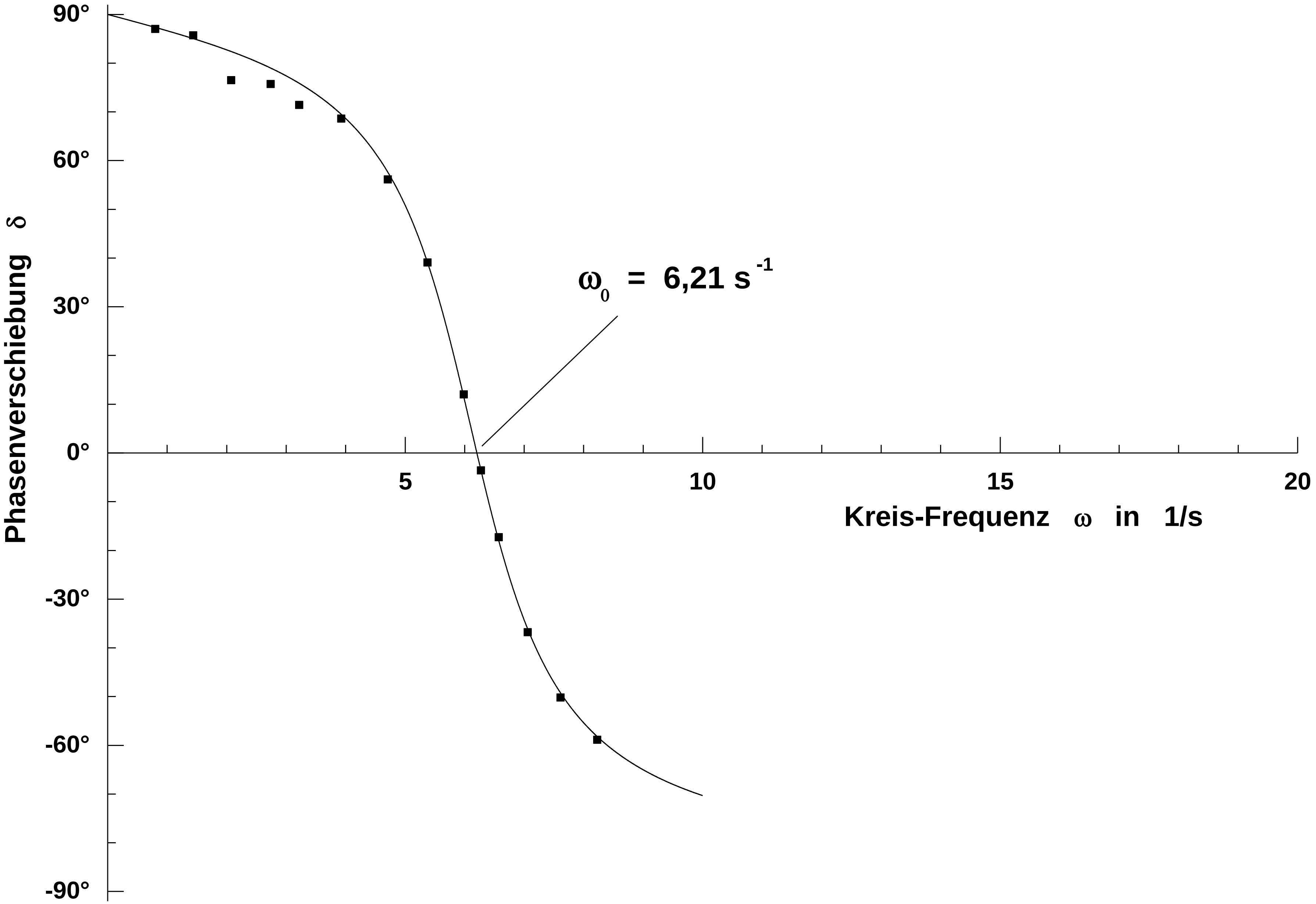
$$J_{ges} = \frac{U_{ind}}{R_{ges}} = \frac{S\,v}{R_{Spule} + R_{Dämpfg}}$$

$$\left.\begin{aligned} F_{Reib} &= -\frac{S^2}{R_{ges}}\cdot v \\ F_{Reib} &= -R^*\cdot v \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left[R^* = \frac{S^2}{R_{ges}} \right]$$

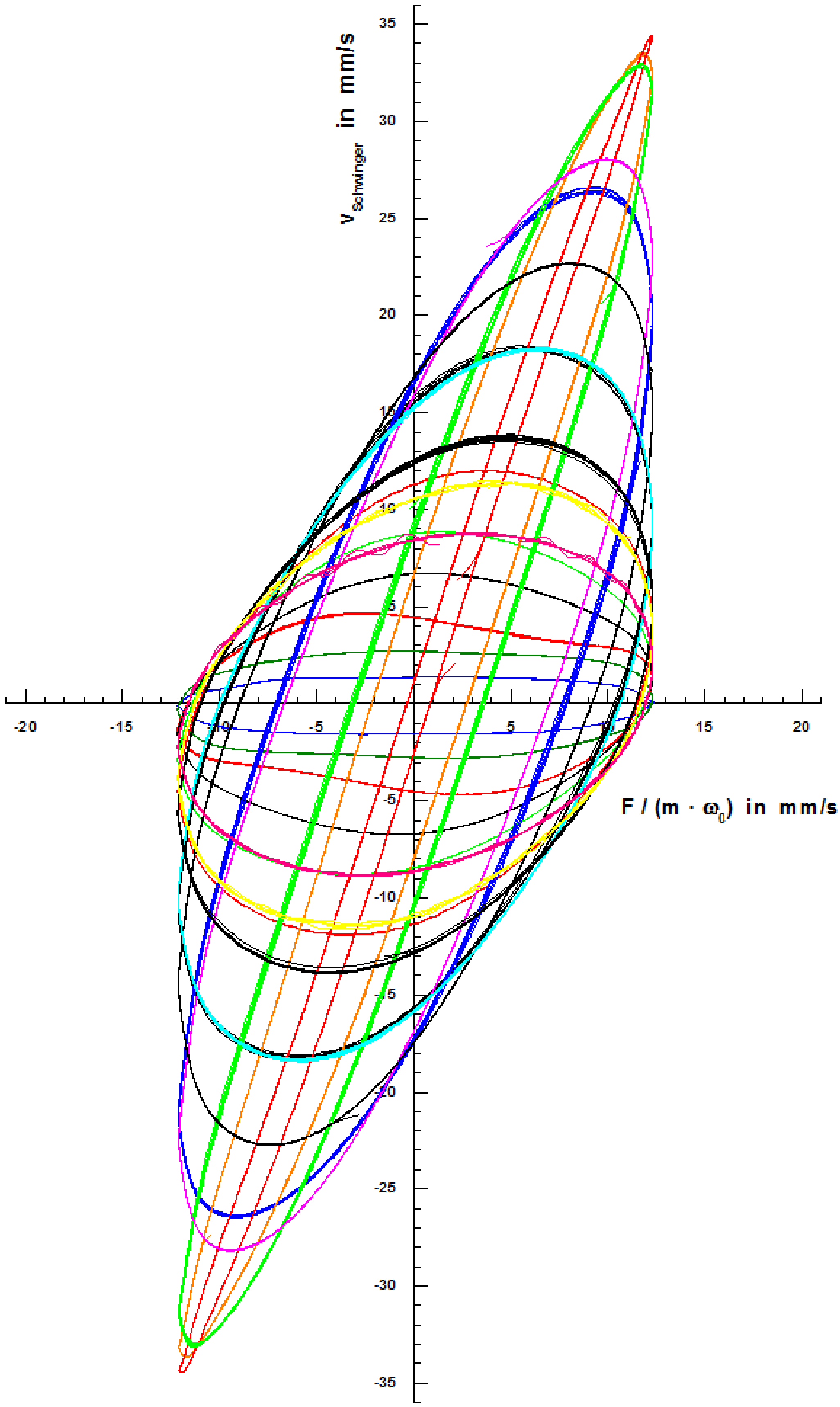
$R^*_{theor} = S_{500}^2 / R_{ges}$ = (21,615 Vsm^{-1})^2 / 352 Ω = 1,33 Ns/m

$R_{ges} = R_{Spule} + R_{Dämpfung}$ = 252 Ω + 100 Ω

2.3.3 Die Phasenverschiebung

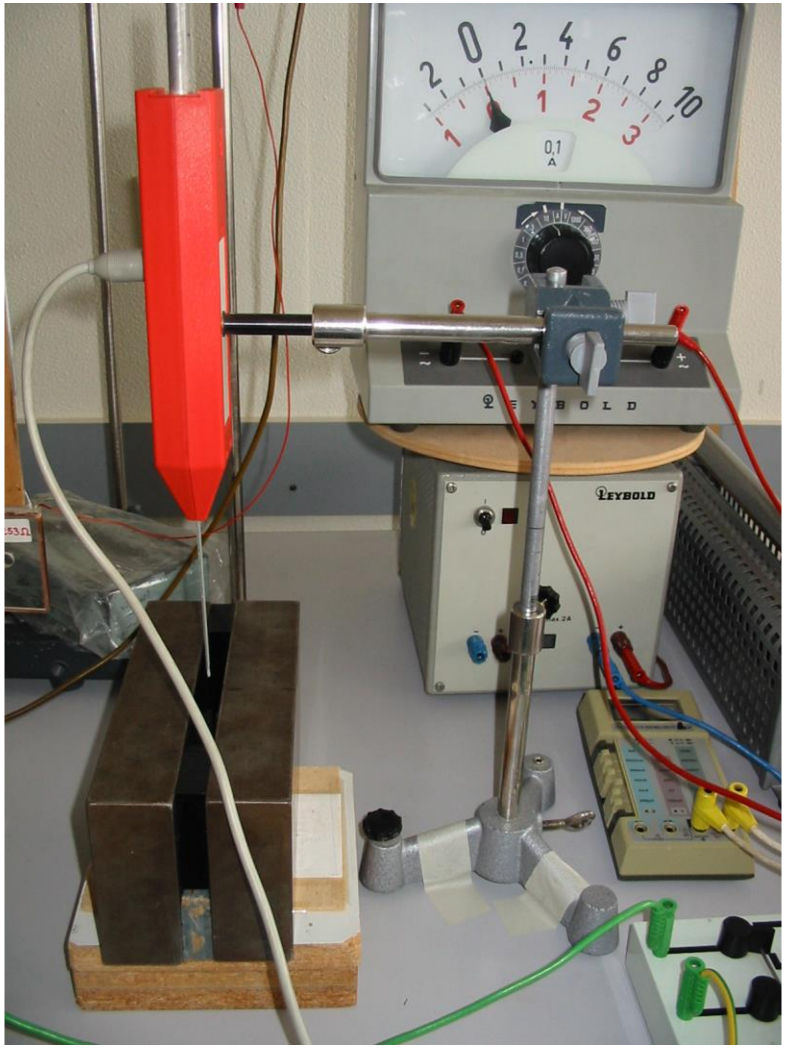


2.3.4 Die Phasen-Ellipsen



Alternative Permanent-Magnete

Ne-Fe-B Scheibenmagnete



starke Ne-Fe-B Bockmagnete zwischen zwei Fe-Ziegeln